Лекция 2. Арифметические и логические принципы ЭВМ

План лекции:

1. Системы счисления, применяемые в ЭВМ.
2. Перевод чисел из одной системы счисления в другую
3. Представление вещественных чисел
4. Логические основы построения ЭВМ

Системы счисления, применяемые в ЭВМ.
Перевод чисел из одной системы счисления в другую

Компьютер может обрабатывать числовую, текстовую, графическую, аудио и видеоинформацию. Все эти виды информации кодируются в виде последовательности электрических импульсов: есть импульс (1), нет импульса (0). Такое кодирование информации называют двоичным кодированием. Преобразование сигналов производится базовыми логическими элементами, реализующими три основные логические операции: И, ИЛИ, НЕ.

Наряду с двоичной применяются восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Перевод для целой и дробной части осуществляют отдельно, после чего целую и дробную части совмещают.

Перевод целого числа из десятичной СС в СС с основанием Р осуществляется последовательным делением с остатком на основание Р системы счисления, пока последнее неполное частное не станет равным нулю. Для записи в Р-ичной системе счисления остатки записывают в обратном порядке.

Перевод целых чисел из десятичной СС в СС с основанием

2		8		16	
35	1	35	3	35	3
17	1	4	4	2	2
8	0	0		0	
4	0				
2	0				
1	1				
0					

$35_{10} = 100011_2 = 43_8 = 23_{16}$

Перевод дробного числа из десятичной СС в СС с основанием Р осуществляется последовательным умножением дробной части на основание Р системы счисления, пока дробная часть не станет равной нулю либо не будет достигнута требуемая точность. Для записи в Р-ичной системе счисления целые части записывают в порядке их получения

Перевод дробных чисел из десятичной СС в СС с основанием

2

0,	78125
	2
1,	56250
	2
1,	12500
	2
0,	25000
	2
0,	50000
	2
1,	00000

8

0,	78125
	8
6,	25000
	8
2,	00000

16

0,	78125
	16
12,	50000
	16
8,	00000

$0,78125_{10} = 0,11001_2 =$ $0,62_8 =$ $0,C8_{16}$.

Далее совместим целую и дробную части:

$35,78125_{10} = 100011,11001_2 =$ $43,62_8 =$ $23,C8_{16}$.

Обратный перевод осуществляется сложением разрядов, умноженных на соответствующие степени основания Р системы счисления:

$$100011,11001_2 = 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 +$$
$$+ 1\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} + 0\cdot 2^{-3} + 0\cdot 2^{-4} + 1\cdot 2^{-5} =$$
$$= 32 + 0 + 0 + 0 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0 + 0 + 0,03125 = 35,78125$$

$$43,62_8 = 4\cdot 8^1 + 3\cdot 8^0 + 6\cdot 8^{-1} + 2\cdot 8^{-2} =$$
$$= 32 + 3 + 0,75 + 0,03125 = 35,78125$$

$$23,\tilde{N}8_{16} = 2\cdot 16^1 + 3\cdot 16^0 + 12\cdot 16^{-1} + 8\cdot 16^{-2} =$$
$$= 32 + 3 + 0,75 + 0,03125$$

Если числа переводят из СС с основанием Р1 в СС с основанием Р2, где Р1 является степенью Р2, то числа переводят, представляя каждую цифру в виде ее разложения в СС с основанием Р2, после чего незначащие нули опускают.

Рассмотрим на примере.

$43,62_8 = 100\ \ 011,110\ \ 010_2 = 100\ 011,110\ 01_2$

$23,C8_{16} = 0010\ \ 0011,1100\ \ 1000_2 = 100011,11001_2$

Правила выполнения арифметических операций в Р-ичных системах счисления аналогичны правилам в десятичной системе счисления.

Представление вещественных чисел

При естественной форме записи (с фиксированной точкой) числа записываются:

215; 2,15; 0,0215; 21500.

Но при этом требуется большое количество разрядов.

Те же числа можно представить в нормализованной форме (с плавающей точкой) в виде А=α Р ^{k},

где α - дробное число ($\text{Ð}^{-1} \le \alpha < 1$),

Р – основание СС,

k – целое число :

$0{,}215*10^{3}$; $0{,}215*10^{1}$; $0{,}215*10^{-1}$; $0{,}215*10^{5}$.

или

0,215 Е+3; 0,215 Е+1; 0,215 Е-1; 0,215 Е+5.

Отметим, что для записи всех этих чисел ушло одинаковое число знаков.

Первая группа цифр представления числа с плавающей точкой называется мантиссой, а вторая – порядком. Количество цифр в мантиссе определяет точность, с которой представлено число. Количество цифр порядка определяет наибольшее и наименьшее представимые числа.

При сложении чисел в нормализованной форме сначала уравниваются порядки слагаемых: меньший порядок числа увеличивается до большего. После этого мантиссы складываются, а порядком суммы будет общий порядок слагаемых.

$$(0{,}961\AA+5)+(0{,}581\AA+4)=(0{,}961\AA+5)+(0{,}0581\AA+5)=$$

$$=(1{,}0191\AA+5)+(0{,}10191+6)=$$

При умножении нормализованных чисел следует перемножить мантиссы, а порядки сложить и, если требуется, нормализовать произведение.

$$(0{,}23\AA+5)\cdot(0{,}32\AA-3)=0{,}0706\AA+2=0{,}706\AA+1$$

Логические основы построения ЭВМ

В основе управления автоматическими машинами вообще и ЭВМ в частности лежат методы математической логики. Если быть точнее, начальный раздел математической логики – исчисление высказываний или алгебра логики.

Все цепи управляющих и вычислительных устройств механических, электромеханических и электронных вычислительных машин состоят из логических элементов, выполняющих логические операции. Переключение этих элементов происходит в результате получения механических или электрических сигналов. Наличие сигнала воспринимается как значение истинности – 1, отсутствие сигнала – 0 (высокий и низкий уровень напряжения).

Логический элемент компьютера – это часть электронной логической схемы, которая реализует элементарную логическую функцию. Логическими элементами компьютера являются электронные схемы: И, ИЛИ, НЕ, триггер и вентили.

Триггер – элемент, который может находиться в одном из двух устойчивых состояний (1 или 0) и по внешнему сигналу изменять его. Это важнейшая структурная единица ОЗУ.

Алгебра логики – это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые с точки зрения их логических значений (0 и 1) и логических операций над ними. Рассмотрим операции алгебры логики

A	B	A /\ B	A \/ B	A→B	A↔B	A|B	A↓B	¬A
0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0

Логические законы позволяют производить тождественные преобразования логических выражений:

Законы	***для конъюнкции***	***для дизъюнкции***
Идемпотентность	$X \wedge X = X$	$X \vee X = X$
Коммутативность	$X \wedge Y = Y \wedge X$	$X \vee Y = Y \vee X$
Ассоциативность	$(X \wedge Y) \wedge Z = X \wedge (Y \wedge Z)$	$(X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z)$
Дистрибутивность	$X \wedge (Y \vee Z) =$ $= (X \wedge Y) \vee (X \wedge Z)$	$X \vee (Y \wedge Z) =$ $= (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$
Закон де Моргана	$\overline{X \wedge Y} = \overline{Y} \vee \overline{X}$	$\overline{X \vee Y} = \overline{Y} \wedge \overline{X}$
Закон поглощения	$X \wedge (X \vee Y) = X$	$X \vee (X \wedge Y) = X$
Операции с константами	$X \wedge 1 = X$ $X \wedge 0 = 0$	$X \vee 0 = X$ $X \vee 1 = 1$
Операции с инверсией	$X \wedge \overline{X} = 0$	$X \vee \overline{X} = 1$
Закон двойного отрицания	$\overline{\overline{X}} = X$	